

SULLA "RISERVA DI COMPENSAZIONE" NEL RAMO CREDITO: CRITERI DI VALUTAZIONE E MISURE DI "EFFICIENZA"

FABIO GRASSO

*Dipartimento di Matematica per le Decisioni Economiche, Finanziarie, Attuariali e Sociali
Università degli Studi di Firenze*

ABSTRACT In this paper, a "fluctuation reserve" system in non-life insurance is defined and two "efficiency" measures of the system are proposed. The rules of the Italian "fluctuation reserve" system in credit insurance does not function satisfactory with respect to the purpose of this reserve ("equalization" of fluctuations in annual claims, "safety function"). Some different procedures are introduced where special emphasis is placed on rules of transition to/from the reserve. An example is given to show how the described systems work.

KEYWORDS Fluctuation reserve, equalization of claims fluctuations, solvency.

1. INTRODUZIONE

La Direttiva del Consiglio delle Comunità Europee del 22/6/1987, n. 343, ha introdotto l'obbligo di costituire una "riserva di equilibrio", denominata "riserva di compensazione", per le imprese di assicurazioni che esercitano il ramo credito. La Direttiva Comunitaria, recepita in Italia con Decreto Legislativo 26/11/1991, n. 393, ha stabilito che la "riserva di compensazione", non imputabile al "margine di solvibilità", deve essere determinata, secondo le regole adottate da ciascuno Stato membro, conformemente ad uno dei quattro metodi di calcolo proposti in un allegato della Direttiva e considerati tra loro equivalenti.

Nella gestione di un portafoglio di assicurazioni dei rami danni, la "riserva di equilibrio" costituisce un "accantonamento" con destinazione specifica nei riguardi del cosiddetto "rischio tecnico puro": essa si prefigge, infatti, di realizzare, in relazione ai singoli rami, un'efficace "compensazione nel tempo" ("equalization") delle fluttuazioni delle risultanze tecniche (annuali) attorno ai corrispondenti valori medi (o previsioni). Tali fluttuazioni, è noto, derivano dall'andamento aleatorio del "costo sinistri" (al netto delle cessioni in riassicurazione) e possono determinare, in misura differenziata per i diversi rami, rilevanti effetti negativi per la gestione assicurativa, non adeguatamente fronteggiabili mediante un più "ampio" ricorso alla riassicurazione. L'evidente natura tecnica dell'"accantonamento", malgrado esso non sia rappresentativo di un "debito" nei confronti degli assicurati, giustifica un suo "riconoscimento" anche da parte delle autorità fiscali, nei limiti di un importo massimo, convenientemente determinato.

La "riserva di equilibrio" è obbligatoria in tutti i rami danni in Finlandia (nota come "fluctuation reserve" o "equalization reserve", cfr. [11, 15]), dal 1953, e, con la sola esclusione del ramo malattie, in Germania (nota come "schwankungsrückstellung", cfr. [8, 10]), dal 1978. La dimensione del fondo cumulato, in entrambi i casi, è determinata sulla base di valutazioni derivanti dall'osservazione statistica, con l'impiego di metodi matematico-attuariali. In Italia, a partire dal 1981 è stata resa obbligatoria la costituzione di una "integrazione della riserva premi", calcolata su basi prevalentemente forfettarie, per fronteggiare le fluttuazioni delle risultanze tecniche limitatamente ad alcuni rami danni (cfr. [3]).

Nella prima parte del presente lavoro, formulate opportune ipotesi probabilistiche per la rappresentazione della "base tecnica" del rischio (paragrafo 2), definiamo un modello attuariale di "riserva di equilibrio" (paragrafo 3), esaminando i rilevanti effetti che la riserva produce sulla "solvibilità" di un portafoglio assicurativo dei rami danni (paragrafo 4). Nella seconda parte del lavoro, rilevato come il sistema di calcolo della "riserva di compensazione" adottato in Italia non garantisca un adeguato soddisfacimento degli obiettivi dell'"accantonamento" (paragrafo 5), proponiamo l'introduzione di alcuni "correttivi" (paragrafo 6); mediante risultati numerici, effettuiamo un confronto tra i descritti metodi di calcolo (paragrafo 7).

2. DEFINIZIONI ED IPOTESI DI BASE

Consideriamo la gestione di un portafoglio "aperto" di rischi relativi ad un ramo danni (caso di un'impresa di assicurazioni "monoramo") nell'orizzonte temporale $(0, T]$, comprensivo di un fissato numero (finito) T di esercizi assicurativi di durata annuale¹. Assunto che l'esercizio $(0, 1]$ non sia quello di "avvio" della gestione assicurativa, in accordo con l'impostazione collettiva della teoria del rischio ipotizziamo che, in riferimento a ciascun esercizio, il numero aleatorio dei sinistri generati dal portafoglio sia stocasticamente indipendente dagli importi aleatori dei sinistri e che questi ultimi siano tra loro stocasticamente indipendenti ed identicamente distribuiti. I sinistri, inoltre, siano "immediatamente" denunciati e liquidati.

Supponiamo nota la "base tecnica" iniziale del rischio, cioè le distribuzioni di probabilità delle variabili aleatorie (v.a.) numero annuo dei sinistri, che indichiamo con N , ed importo del sinistro i -mo, che indichiamo con Y_i ($i = 0, 1, \dots, N$; posto $Y_0 = 0$): siano i valori medi $E[N] = n$, $E[Y_i] = y$. In particolare, assumiamo che la v.a. N , caratterizzata da fluttuazioni aleatorie di "breve" periodo (durata non superiore ad un anno), abbia una distribuzione "mistura" di distribuzioni poissoniane ed indichiamo con Λ il parametro aleatorio ("structure variable") rappresentativo di tali fluttuazioni: si ha $E[\Lambda] = 1$ (cfr., ad es., [1]). L'importo cumulato di danno ("costo sinistri") afferente al portafoglio, nel caso di assicurazioni a garanzia illimitata, è rappresentato, in tali ipotesi, dalla v.a. $X = \sum_{i=0}^N Y_i$, con distribuzione di Poisson composta "generalizzata": risultano il valore medio $E[X] = ny$ e la varianza $\sigma^2[X] = n\alpha_2 + (ny)^2 \cdot \sigma^2[\Lambda]$, avendo indicato con α_2 il momento secondo (rispetto all'origine) della v.a. importo di un sinistro, con funzione di distribuzione $G(v)$ ($v \geq 0$; $G(0) = 0$).

In riferimento all'esercizio $j \equiv (j-1; j]$ ($j = 1, \dots, T$), indichiamo con $N(j)$ ed $Y_i(j)$ ($i = 0, 1, \dots, N(j)$; $Y_0(j) = 0$), risp., le v.a. numero annuo dei sinistri ed importo del sinistro i -mo: siano $n(j)$ ed $y(j)$ i relativi valori medi. Ipotizziamo che:

- le fluttuazioni aleatorie di "breve" periodo delle v.a. numero annuo dei sinistri siano, in corrispondenza ad esercizi consecutivi, tra loro stocasticamente indipendenti ed identicamente distribuite;

¹ E' agevole l'estensione delle ipotesi probabilistiche qui formulate al caso di un'impresa di assicurazioni "multiramo", postulata l'indipendenza dei rami. Per approfondimenti, cfr. [5].

- lo "sviluppo" del portafoglio determini una "crescita" del numero annuo medio dei sinistri misurata dal fattore annuo (deterministico) $r_t(\cdot) > 1$ ("trend");
- le v.a. numero annuo dei sinistri siano caratterizzate da variazioni temporali, di "lungo" periodo (durata superiore ad un anno), correlate con i cicli economici, in seguito "cicli" ("insurance cycles");
- le v.a. importo di un sinistro siano caratterizzate da variazioni temporali derivanti da fenomeni inflazionistici ("claims inflation").

Assunto che "cicli" ed inflazione seguano leggi deterministiche, che "cicli", "sviluppo" del portafoglio e fluttuazioni aleatorie di "breve" periodo delle v.a. numero annuo dei sinistri siano (in ciascun esercizio) tra loro indipendenti e che, inoltre, l'inflazione non modifichi la "forma" della distribuzione $G(\cdot)$, il "costo sinistri" afferente al portafoglio è rappresentato, nell'esercizio j ($j = 1, \dots, T$), dalla v.a. $X(j) = \sum_{i=0}^{N(j)} Y_i(j)$, con valore medio:

$$E[X(j)] = n(j) \cdot y(j) = n \cdot [1 + b(j)] \cdot y \cdot \prod_{k=1}^j r_t(k) \cdot r_x(k) \quad (1)$$

e varianza:

$$\sigma^2[X(j)] = n(j) \cdot \alpha_2(j) + [n(j) \cdot y(j)]^2 \cdot \sigma^2[\Lambda] \quad (2)$$

essendo $\alpha_2(j) = E[Y_i^2(j)]$ ed avendo indicato con $r_x(\cdot) > 1$ il fattore annuo di inflazione, per i sinistri, e con $b(\cdot)$ lo scostamento (relativo) del numero annuo medio di sinistri dal corrispondente "trend", a causa di un "ciclo". In relazione alla variabile "ciclo" $b(\cdot)$, poniamo $\sum_{j=1}^T b(j) = 0$, in riferimento ad un orizzonte temporale finito $(0, T]$ sufficientemente "ampio"².

Nell'analisi della gestione di un portafoglio assicurativo dei rami danni occorre generalmente riferirsi all'importo cumulato di danno $\hat{X}(\cdot)$ al netto delle eventuali cessioni in riassicurazione ed al lordo delle eventuali acquisizioni in riassicurazione. Nel presente lavoro, ipotizziamo l'assenza di riassicurazione attiva (il cosiddetto "lavoro indiretto") e consideriamo il caso (realistico) in cui l'"alea" del portafoglio sia eventualmente limitata mediante un trattato di riassicurazione del tipo "Excess of Loss". Nell'ipotesi che sia previsto un "adeguamento" annuale della "priorità" $L(\cdot) > 0$, in funzione del corrispondente fattore annuo di inflazione $r_x(\cdot)$

² Per un più approfondito esame di alcune ipotesi probabilistiche qui formulate, cfr. [11, 13].

(la cosiddetta "clausola di stabilità"), l'importo cumulato di danno "conservato", afferente al portafoglio nell'esercizio j ($j = 1, \dots, T$), è rappresentato dalla v.a. $\hat{X}(j) = \sum_{i=0}^{N(j)} \hat{Y}_i(j)$, con $\hat{Y}_i(j) = \min[Y_i(j); L(j)]$. Vale la nota relazione:

$$E[\hat{Y}_i^m(j)] = E[\hat{Y}_i^m] \cdot \prod_{k=1}^j r_x^m(k) \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (3)$$

dove, indicata con $L > 0$ la "priorità" iniziale, è la v.a. $\hat{Y}_i = \min[Y_i; L]$.

Indichiamo ora con $P(j)$ la competenza premi "puri" (o "equi") associata al portafoglio, nell'esercizio j ($j = 1, \dots, T$), al lordo delle eventuali cessioni in riassicurazione. Posta la condizione iniziale $P = E[X]$, si ha³:

$$P(j) = n \cdot y \cdot \prod_{k=1}^j r_t(k) \cdot r_p(k) \quad (4)$$

dove $r_p(j) = r_x(j - \tau)$ è il fattore annuo di inflazione, per i premi, ed il parametro τ ($\tau \geq 0$) è rappresentativo del "ritardo" ("time lag") con cui l'inflazione produce i suoi effetti sui premi ("premium inflation").

Nell'ipotesi che l'impresa di assicurazioni ("monoramo") non instauri rapporti riassicurativi e che le spese sostenute in un esercizio (oneri di acquisizione, spese generali) coincidano con i proventi derivanti dai corrispondenti caricamenti applicati nei premi, ai fini della valutazione numerica delle risultanze tecniche dell'esercizio j ($j = 1, \dots, T$) consideriamo, in riferimento alle cosiddette "condizioni di tariffa", il rapporto ("loss ratio") $q(j)$ tra la competenza sinistri $X(j)$, comprese le spese di liquidazione, e la competenza premi di tariffa $\Pi(j)$ ⁴. Adottato il criterio del valore atteso per il calcolo dei caricamenti, si ottiene:

$$E[q(j)] = [1 - \beta(j) - \gamma] \cdot [1 + b(j)] \cdot \frac{\prod_{k=1}^j r_x(k)}{\prod_{k=1}^j r_x(k - \tau)} \quad (5)$$

avendo indicato con $\beta(j)$ il margine di caricamento di sicurezza (per unità di premio di tariffa) e con γ il margine di caricamento per spese, eguale all'"expenses ratio" di esercizio (assunto costante in $(0, T]$)⁵.

³ Indicando con $\hat{P}(j)$ la competenza premi "puri" al netto della riassicurazione, è immediata la sua determinazione nel caso operi un trattato "Excess of Loss", ammessa la validità della (3).

⁴ In presenza di riassicurazione, consideriamo il corrispondente "loss ratio" $\hat{q}(j) = \hat{X}(j)/\hat{\Pi}(j)$.

⁵ Poniamo $\gamma = \gamma_a + \gamma_g$, essendo i margini γ_a e γ_g riferiti, rispettivamente, agli oneri di acquisizione ed alle spese generali.

L'espressione (5) evidenzia i rilevanti effetti negativi che la variabilità temporale della "base tecnica", imputabile a "cicli" ed inflazione, determina sulla gestione tecnica del portafoglio, nel caso (realistico) l'impresa di assicurazioni non sia in grado, per ragioni tecniche e/o per le "condizioni del mercato", di procedere ad un opportuno "adeguamento" annuale del margine $\beta(\cdot)$ (cfr. [5]).

Nel presente lavoro, ipotizziamo che l'impresa, in presenza di un'inflazione caratterizzata da un fattore annuo $r_x(\cdot)$ "quasi" costante nell'orizzonte $(0, T]$ e da un "ritardo" $\tau > 0$, adotti un margine $\beta(j) \equiv \bar{\beta} > 0$ ($j = 1, \dots, T$) sufficiente a fronteggiare adeguatamente gli effetti derivanti, nella (5), dall'inflazione (indichiamo con $\delta_\tau > 1$ la misura media di tali effetti). In conseguenza, la variabilità delle risultanze tecniche è imputata alla sola variabilità del numero annuo medio dei sinistri, e la sequenza dei valori $E[q(j)]$ è caratterizzata, in $(0, T]$, da oscillazioni "cicliche" attorno al "loss ratio" $\bar{q} = \frac{1}{T} \cdot \sum_{j=1}^T E[q(j)] = (1 - \bar{\beta} - \gamma) \cdot \delta_\tau$.

3. UN MODELLO DI "RISERVA DI EQUILIBRIO"

In riferimento ad un'impresa di assicurazioni "monoramo" (danni), definiamo un modello di "riserva di equilibrio" che preveda, a fine esercizio j ($j = 1, \dots, T$), un importo massimo $Z_{\max}(j)$ ed un importo minimo $Z_{\min}(j) \geq 0$ per il fondo cumulato $Z(j)$; sia assegnata, inoltre, una regola di "movimentazione" $M(j)$ che consenta l'automatico trasferimento di "accantonamenti" (risp., "prelievi") nel (risp., dal) fondo cumulato. Posta la condizione iniziale $Z(0) = 0$, vale la⁶:

$$Z(j) = Z(j-1) + M(j) = \sum_{k=1}^j M(k) \quad (Z_{\min}(j) \leq Z(j) \leq Z_{\max}(j)) \quad (6)$$

Assumiamo il "loss ratio" $q(j)$ ai fini della determinazione delle risultanze tecniche di esercizio (in assenza di riassicurazione). Indicando con $m(j) = M(j)/\Pi(j)$ la "movimentazione" relativa del fondo cumulato, tale rapporto è così modificato dalla "riserva di equilibrio"⁷:

⁶ Nel caso di un'impresa "multiramo", con estensione della riserva a tutti i rami danni, gli importi massimo e minimo (se positivo) del fondo cumulato possono riferirsi al singolo ramo (in linea con il modello adottato in Germania) o alla totalità dei rami (in linea con il modello adottato in Finlandia). Per approfondimenti, cfr. [5].

⁷ Sono ovvie le modifiche, nella (7) e nelle successive espressioni, in presenza di riassicurazione.

$$q^0(j) = q(j) + m(j) \quad (7)$$

La "riserva di equilibrio" opera un'adeguata "compensazione", su base temporale, delle fluttuazioni delle risultanze tecniche di esercizio (nelle ipotesi formulate nel paragrafo 2, attorno al valore \bar{q}) se la sua introduzione determina una sensibile riduzione della variabilità del "loss ratio".

Il rapporto:

$$\epsilon(j) = \frac{\sigma[q(j)] - \sigma[q^0(j)]}{\sigma[q(j)]} \quad (8)$$

posto $\epsilon(\cdot) = 0$ nel caso (non realistico) sia $\sigma[q^0(\cdot)] > \sigma[q(\cdot)]$, definisce una misura di "efficienza" della riserva, a fine esercizio j ($j = 1, \dots, T$), rispetto alla funzione ora specificata.

Le fondamentali caratteristiche tecniche di un modello di "riserva di equilibrio", costruito su basi matematico-attuariali, sono (cfr. [15, 17]):

- la determinazione di $Z_{\max}(j)$, di particolare rilievo anche per le implicazioni di carattere fiscale, e di $Z_{\min}(j)$ (se positivo) è basata su criteri di teoria del rischio (in particolare: la probabilità di "rovina" dell'impresa, in riferimento ad un prefissato orizzonte temporale finito di esercizi);
- la "movimentazione" $M(j)$ è ottenuta a partire dalla formula:

$${}^t\Delta Z(j) = [{}^t\bar{q}(j) - q(j)] \cdot \Pi(j) \quad (9)$$

dove la media mobile ${}^t\bar{q}(j)$ è la stima della sinistrosità "attesa", nell'esercizio j , sulla base delle osservazioni statistiche che si riferiscono agli esercizi $j-k$ ($k = 1, \dots, t$; $q(j-k) = \bar{q}$ per $k \geq j$); posto ${}^tZ(j) = Z(j-1) + {}^t\Delta Z(j)$, con t fissato intero (positivo), dalle relazioni (6) e (9) si ha:

$$M(j) = \begin{cases} Z_{\min}(j) - Z(j-1) & \text{se } {}^tZ(j) < Z_{\min}(j) \\ {}^t\Delta Z(j) & \text{se } Z_{\min}(j) \leq {}^tZ(j) \leq Z_{\max}(j) \\ Z_{\max}(j) - Z(j-1) & \text{se } Z_{\max}(j) < {}^tZ(j) \end{cases} \quad (10)$$

La costruzione di un modello attuariale di "riserva di equilibrio" richiede, inoltre, una particolare attenzione per le ipotesi che regolano l'evoluzione temporale del processo stocastico del "loss ratio", nell'orizzonte finito di gestione $(0, T]$ ⁸.

⁸ Il modello finlandese di "riserva di equilibrio", posto $t = 10$, introduce nella (9) un parametro "correttivo" della stima ${}^t\bar{q}(\cdot)$, allo scopo di limitare gli effetti "distorsivi" derivanti dall'eventuale presenza di "trends" evolutivi del "loss ratio" (cfr. [11]). Per approfondimenti, cfr. [5].

Nelle ipotesi formulate nel paragrafo 2, ad esempio, è necessario che l'osservazione statistica sia estesa, pur in presenza di modeste fluttuazioni aleatorie (semplici, di "breve" periodo) della "base tecnica", ad un elevato numero di esercizi, tale che sia sufficientemente realistica l'assunzione $\sum_{k=1}^t b(j-k) \cong 0$.

4. "RISERVA DI EQUILIBRIO" E "SOLVIBILITÀ" DI UN PORTAFOGLIO ASSICURATIVO DEI RAMI DANNI

L'introduzione di una "riserva di equilibrio" produce rilevanti conseguenze sulla "solvibilità" di un portafoglio assicurativo dei rami danni. Al fine di evidenziare tale aspetto, assunto il "costo sinistri" quale unica componente aleatoria della gestione assicurativa, indichiamo con $U(j)$ la "riserva di rischio" a disposizione dell'impresa ("monoramo") a fine esercizio j ($j = 1, \dots, T$); nota la riserva iniziale $U(0) = U_0$, con $U_0 \geq U_{\min}$, dove U_{\min} è il "margine (minimo) iniziale di solvibilità", vale la cosiddetta "equazione fondamentale" della "riserva di rischio" (cfr. [2, 11, 16])⁹:

$$U(j) = U(j-1) + \Pi(j) + I(j) - X(j) - C(j) - D(j) \quad (11)$$

Nella (11), indichiamo con $C(j)$ l'ammontare delle spese di esercizio, con $D(j)$ l'ammontare di imposte ed eventuali dividendi e con $I(j)$ il risultato finanziario di esercizio, ottenuto dall'investimento della "riserva di rischio" $U(j-1)$ e delle "riserve tecniche" (qui, la sola "riserva premi") $F(j-1)$, ad un tasso annuo di rendimento (deterministico) $i(j)$. In relazione ad $I(j)$, nell'ipotesi che sia $F(j)/\Pi(j) \equiv f > 0$ ($j = 1, \dots, T$), si ha: $I(j) = i(j) \cdot [U(j-1) + f \cdot \Pi(j-1)]$.

Introdotta l'"indice di solvibilità" $u(j)$, definito come rapporto tra la "riserva di rischio" $U(j)$ e la competenza premi di tariffa $\Pi(j)$, nelle ipotesi poste dalla (11) si ottiene:

$$u(j) = \frac{u(j-1)}{r_t(j) \cdot r_p(j)} + [1 - d(j)] \cdot \left\{ \frac{i(j) \cdot u(j-1)}{r_t(j) \cdot r_p(j)} + \eta(j) + \bar{p} - q(j) \right\} \quad (12)$$

⁹ Nella (11), ipotizziamo l'assenza di versamenti di ulteriori fondi, nel periodo di gestione $(0, T)$, ed il pagamento di premi, sinistri e spese "concentrato" a fine esercizio. Sono ovvie le modifiche, nella (11) e nelle successive espressioni, in presenza di riassicurazione. Per un'estensione al caso di un'impresa "multiramo", postulata l'indipendenza dei rami, cfr. [5].

avendo indicato con $d(j)$ l'aliquota di "prelievo", per imposte e dividendi¹⁰, con $\bar{p} = 1 - \bar{\beta} - \gamma$ il rapporto (costante nel tempo) $P(\cdot)/\Pi(\cdot)$, e con $\eta(j)$ il cosiddetto margine di caricamento di sicurezza "globale", comprensivo del rendimento delle "riserve tecniche": $\eta(j) = \bar{\beta} + [i(j)/r_t(j) \cdot r_p(j)] \cdot f$.

L'"indice di solvibilità" assume un particolare rilievo per la determinazione della probabilità di "rovina" dell'impresa, in riferimento ad un orizzonte finito di esercizi (cfr., ad es., [11, 16]). In particolare, la probabilità che l'impresa, con riserva iniziale $U_0 \geq U_{\min}$, sia in stato di "rovina" alla fine dell'esercizio j ($j = 1, \dots, T$) diminuisce all'aumentare del rapporto, che indichiamo con $\theta(j)$, tra il valore medio $E[u(j)]$ e lo scarto quadratico medio $\sigma[u(j)]$.

L'"indice di solvibilità" è così modificato dalla "riserva di equilibrio":

$$u^0(j) = \frac{u^0(j-1)}{r_t(j) \cdot r_p(j)} + [1 - d^0(j)] \cdot \left\{ \frac{i(j) \cdot u^0(j-1)}{r_t(j) \cdot r_p(j)} + \eta^0(j) + \bar{p} - q^0(j) \right\} \quad (13)$$

avendo indicato con $\eta^0(j)$ il margine di caricamento di sicurezza "globale" modificato dalla riserva (con $z(\cdot) = Z(\cdot)/\Pi(\cdot)$):

$$\eta^0(j) = \eta(j) + \frac{i(j)}{r_t(j) \cdot r_p(j)} \cdot z(j-1) \quad (14)$$

ed essendo l'aliquota $d^0(j)$ riferita, con ovvio significato dei simboli, al risultato lordo di esercizio $R_c^0(j)$.

Dalle (12) e (13), posto $u^*(\cdot) = u^0(\cdot) - u(\cdot)$ e $d^0(j) = d(j) = 0$, si ha:

$$u^*(j) = \frac{u^*(j-1)}{r_t(j) \cdot r_p(j)} + \left\{ \frac{i(j)}{r_t(j) \cdot r_p(j)} \cdot [u^*(j-1) + z(j-1)] - m(j) \right\} \quad (15)$$

La (15) evidenzia come una "riserva di equilibrio" adeguatamente regolamentata (e deducibile sotto il profilo fiscale) possa determinare, "ceteris paribus", un incremento del valore medio ed una riduzione della variabilità dell'"indice di solvibilità", con conseguente aumento del rapporto $\theta^0(j) = E[u^0(j)]/\sigma[u^0(j)]$ (rispetto al corrispondente rapporto $\theta(j)$); la riserva in esame realizza un'importante

¹⁰ Indicando con $d_1(j)$ l'aliquota (del risultato lordo di esercizio $R_l(j) = \Pi(j) + I(j) - X(j) - C(j)$, se positivo) relativa alle imposte e con $d_2(j)$ l'aliquota (del risultato di esercizio al netto delle imposte, se positivo) relativa ai dividendi, si ottiene: $d(j) = 1 - (1 - d_1(j)) \cdot (1 - d_2(j))$ se è $R_l(j) > 0$ e $d(j) = 0$ se è $R_l(j) \leq 0$.

funzione di "aiuto" alla "solvibilità" dell'impresa di assicurazioni, riducendone la probabilità di "rovina" ed accrescendone la capacità di conservazione dei rischi¹¹.

Il rapporto:

$$\psi(j) = \frac{\theta^0(j) - \theta(j)}{\theta^0(j)} \quad (16)$$

posto $\psi(\cdot) = 0$ nel caso (non realistico) sia $\theta^0(\cdot) < \theta(\cdot)$, definisce una misura di "efficienza" della riserva, a fine esercizio j ($j = 1, \dots, T$), rispetto alla funzione ora specificata.

Rilevato come il modello definito nel paragrafo 3, con t opportunamente scelto, assicuri (in media) una ridotta variabilità per $u^0(j)$, evidenti benefici per il valore medio $E[u^0(j)]$, in special modo nell'ipotesi di non "stazionarietà" della "base tecnica", derivano dall'introduzione, nella (9), di un "accantonamento (annuale) per interessi", indipendentemente dalla sinistrosità "effettiva" di esercizio. A tale fine, il tasso annuo di interesse "riconosciuto" al fondo cumulato deve essere non superiore al corrispondente tasso annuo di rendimento degli investimenti¹².

5. LA "RISERVA DI COMPENSAZIONE"

Consideriamo un'impresa di assicurazioni che eserciti, in Italia, il ramo credito, esclusivamente o congiuntamente con altri rami. Il sistema di calcolo della "riserva di compensazione", costituita per i rischi assunti a partire dall'1/1/1992, prevede che il fondo cumulato $Z^f(j)$, a fine esercizio j ($j = 1, 2, \dots$), sia caratterizzato dal seguente importo massimo:

$$Z_{\max}^f(j) = 1,50 \cdot \max_{k=1, \dots, 5} \Pi_e(j - k) \quad (17)$$

e dalla seguente regola di "movimentazione":

$$M^f(j) = \begin{cases} \min[0,75 \cdot S(j); 0,12 \cdot \Pi_e(j)] & \text{se } q(j) < 1 - c_a(j) \\ 0 & \text{se } 1 - c_a(j) \leq q(j) < 1,20 \\ -\rho \cdot Z^f(j - 1) & \text{se } 1,20 \leq q(j) \end{cases} \quad (18)$$

¹¹ E' interessante rilevare come una sensibile riduzione del ricorso alla riassicurazione si sia manifestata, a seguito dell'introduzione della "riserva di equilibrio", in Finlandia (cfr. [11, 13]).

¹² Tale "accantonamento" è previsto nei modelli di "riserva di equilibrio" adottati in Finlandia ed in Germania. Il tasso annuo di interesse "riconosciuto" al fondo $Z(j)$ è posto pari, rispettivamente, al 5,0% dell'importo $Z(j - 1)$ ed al 3,5% dell'importo $Z_{\max}(j)$.

avendo indicato con $\Pi_e(j)$ il volume dei premi di tariffa relativi al ramo credito, dedotte le imposte a carico degli assicurati, e con:

$$S(j) = [1 - q(j) - c_a(j)] \cdot \Pi(j) \quad (19)$$

il "saldo tecnico" di ramo, essendo $c_a(j)$ il rapporto tra gli oneri di acquisizione (produzione ed organizzazione) e la competenza premi di tariffa.

L'aliquota di "prelievo" ρ dal fondo cumulato, per valori del "loss ratio" $q(j)$ non inferiori ad 1,20, è così definita:

$$\rho = \begin{cases} 0,60 & \text{se } 1,20 \leq q(j) < 1,25 \\ 0,65 & \text{se } 1,25 \leq q(j) < 1,30 \\ 0,70 & \text{se } 1,30 \leq q(j) < 1,35 \\ 0,75 & \text{se } 1,35 \leq q(j) < 1,40 \\ 0,80 & \text{se } 1,40 \leq q(j) < 1,45 \\ 0,85 & \text{se } 1,45 \leq q(j) < 1,50 \\ 0,90 & \text{se } 1,50 \leq q(j) \end{cases} \quad (20)$$

Il descritto sistema di calcolo (in seguito, "modello italiano"), derivato dal metodo n. 1 tra i quattro enunciati nella Direttiva Comunitaria, introduce un meccanismo per i "prelievi" (dal fondo cumulato) non regolamentato in sede comunitaria¹³. Inoltre, i premi, i sinistri e le spese sono valutati, in Italia, al lordo delle eventuali cessioni in riassicurazione ed al netto delle eventuali acquisizioni in riassicurazione (il riferimento è al cosiddetto "lavoro diretto"). Sotto il profilo fiscale, è ammessa la deducibilità dell'"accantonamento" ai fini del calcolo dell'IRPEG.

Il "modello italiano" non sembra poter garantire un adeguato soddisfacimento delle funzioni che tale "accantonamento" svolge nell'ambito della gestione di un portafoglio assicurativo dei rami danni, anche nell'ipotesi (semplificatrice della realtà) di "stazionarietà" della "base tecnica". Infatti:

- il riferimento al "saldo tecnico" determina un "accantonamento" anche nel caso l'importo positivo del saldo sia insufficiente alla copertura delle spese generali (e di amministrazione) imputabili al ramo;
- il riferimento al "saldo tecnico" produce, inoltre, (gravi) effetti negativi per la riserva in presenza di (rilevanti) fluttuazioni del rapporto tra gli oneri di

¹³ La Direttiva CEE 343/1987 è stata pubblicata sulla G.U. Com. Eur. 4/7/1987, n. 185. Il Decreto Legislativo 393/1991 è stato pubblicato sulla G.U. 12/12/1991, suppl. ord., n. 291.

acquisizione e la competenza premi di tariffa, attorno ad un valore medio ipotizzato costante nel tempo (ed eguale al margine γ_a di caricamento);

- l'adozione di alcuni valori "critici", fissati su base empirica¹⁴, limita fortemente la capacità della riserva di realizzare un'adeguata "compensazione nel tempo" delle fluttuazioni delle risultanze tecniche (annuali) di ramo;
- il riferimento al "lavoro diretto" determina un'andamento temporale del fondo cumulato non sufficientemente correlato all'andamento (aleatorio) del "costo sinistri" a carico dell'impresa.

Tali "inconvenienti", malgrado il "modello italiano" rappresenti un evidente miglioramento rispetto alla "riserva integrativa" in precedenza prevista per le assicurazioni del ramo credito (e cauzioni) dal D.M. 23/5/1981 (cfr. [3]), possono determinare gravi conseguenze per l'impresa di assicurazioni, in special modo nel caso non sia realistica l'ipotesi di "stazionarietà" della "base tecnica" del rischio; in tale situazione, anche l'importo massimo $Z_{\max}^I(\cdot)$, non adeguatamente legato alla variabilità del "costo sinistri" ed allo "sviluppo" della porzione di portafoglio relativa al ramo credito, può rivelarsi insufficiente.

6. PROPOSTA DI ALCUNI "CORRETTIVI"

In riferimento all'esercizio assicurativo j ($j = 1, 2, \dots$), proponiamo ora l'introduzione dei seguenti "correttivi" per il "modello italiano":

- la considerazione degli eventuali rapporti riassicurativi ai fini della valutazione di premi, sinistri e spese (il riferimento è al cosiddetto "lavoro conservato");
- il riferimento, per la determinazione degli "accantonamenti", al "risultato tecnico" netto di ramo¹⁵:

$$R_n(j) = [1 - q(j) - c_a(j) - c_g(j)] \cdot \Pi(j) \quad (21)$$

¹⁴ Il riferimento è sia al massimo "accantonamento" annuale ($m_{\max}^I(\cdot) = 0,12 \cdot \Pi_e(\cdot)$) sia al minimo "loss ratio" ($q_{\min}(\cdot) = 1,20$) valido per l'effettuazione di un "prelievo".

¹⁵ La (21) e le successive espressioni si riferiscono al caso di assenza di rapporti riassicurativi.

essendo $c_g(j)$ il rapporto tra le spese generali (e di amministrazione) imputate al ramo e la competenza premi di tariffa;

- l'introduzione di un "accantonamento (annuale) per interessi", che indichiamo con $M^+(j)$; assunto un tasso annuo di interesse costante nel tempo (ed eguale ad \bar{r}), poniamo: $M^+(j) = \bar{r} \cdot Z^P(j-1)$;
- l'adozione di valori "critici" che consentano una più adeguata "compensazione nel tempo" delle fluttuazioni delle risultanze tecniche di ramo: indichiamo con $\bar{\xi} \cdot \Pi(j)$ (sia $\bar{\xi} > 0,12$) il massimo "accantonamento" annuale e con q_{\min} (sia $q_{\min} < 1,20$) il minimo valore del "loss ratio" valido per l'effettuazione di un "prelievo";
- il riferimento alla competenza premi di tariffa $\Pi(j)$ ai fini della determinazione dell'importo $Z_{\max}^P(j)$.

In conseguenza dell'introduzione di tali "correttivi", la regolamentazione della "riserva di compensazione" prevede, a fine esercizio j ($j = 1, 2, \dots$), il seguente importo massimo:

$$Z_{\max}^P(j) = 1,50 \cdot \Pi(j) \quad (22)$$

e la seguente "movimentazione" del fondo cumulato:

$$M^P(j) = \begin{cases} \bar{r} \cdot Z^P(j-1) + \min[R_n(j); \bar{\xi} \cdot \Pi(j)] & \text{se } q(j) < 1 - c(j) \\ \bar{r} \cdot Z^P(j-1) & \text{se } 1 - c(j) \leq q(j) < q_{\min} \\ \bar{r} \cdot Z^P(j-1) - \bar{p} \cdot Z^P(j-1) & \text{se } q_{\min} \leq q(j) \end{cases} \quad (23)$$

avendo posto $c(j) = c_a(j) + c_g(j)$ ed essendo \bar{p} la nuova aliquota di "prelievo", per valori del "loss ratio" $q(j)$ non inferiori a q_{\min} .

La mancanza di un adeguato riferimento ai risultati derivanti dall'osservazione statistica e la non considerazione di criteri di teoria del rischio per la determinazione dell'importo massimo del fondo cumulato non consentono di poter considerare la regolamentazione ora descritta (in seguito, "modello proposto") come una soluzione di tipo attuariale al problema della costruzione della "riserva di compensazione".

Riteniamo, tuttavia, che il "modello proposto" sia in grado di garantire, rispetto al "modello italiano", sia una più soddisfacente "compensazione nel tempo" delle fluttuazioni delle risultanze tecniche di ramo sia, mediante l'introduzione di un "accantonamento per interessi", un non trascurabile effetto positivo sulla "solubilità" dell'impresa di assicurazioni, nel caso di un portafoglio "monoramo" credito.

Tra i limiti del "modello proposto", sottolineiamo come il riferimento al "risultato tecnico" determini, analogamente al "saldo tecnico", un andamento temporale della riserva negativamente influenzato dalle eventuali fluttuazioni dell'"expenses ratio" (di ramo), ipotizzata la costanza, nel tempo, del valore medio di tale rapporto (eguale al margine γ di caricamento). Risultati più soddisfacenti si ottengono, in presenza di tali fluttuazioni, facendo riferimento al "loss ratio" (cfr. [11]).

7. RISULTATI NUMERICI

Presentiamo ora un'esemplificazione numerica dell'andamento di un ipotetico fondo di "riserva di compensazione", nelle due ipotesi di adozione dei modelli descritti, rispettivamente, nei paragrafi 5 e 6. L'applicazione è sviluppata sulla base dei dati gentilmente forniti dalla SOCIETA' ITALIANA ASSICURAZIONI CREDITI, nell'ipotesi di introduzione della riserva, su base obbligatoria, alla fine dell'anno 1978. L'obiettivo dell'esemplificazione è esclusivamente quello di valutare, in una situazione concreta, la differente capacità dei due metodi di calcolo di "ammortizzare" le fluttuazioni delle risultanze tecniche di ramo: ci riferiamo, pertanto, al "lavoro diretto" (del portafoglio italiano) dell'impresa di assicurazioni considerata.

In relazione al "modello proposto", fissati $\bar{\tau} = 0,04$, $\bar{\xi} = 0,20$ e $q_{\min} = 1,00$, poniamo $c_g(\cdot) = 0,08$ (è trascurabile la variabilità di tale rapporto, nel periodo considerato) ed introduciamo la seguente aliquota $\bar{\rho}$ di "prelievo" (dal fondo cumulato):

$$\bar{\rho} = \begin{cases} 0,50 & \text{se } 1,00 \leq q(j) < 1,10 \\ 0,55 & \text{se } 1,10 \leq q(j) < 1,20 \\ \rho & \text{se } 1,20 \leq q(j) \end{cases} \quad (24)$$

In riferimento a ciascun esercizio assicurativo j ($j = 1, 2, \dots; j = n - 1977$, con $n = 1978, 1979, \dots$), in Tab. 1 riportiamo:

- il volume dei premi di tariffa $\Pi_e(j)$ (milioni di lire) ed il "loss ratio" $q(j)$, relativi al ramo credito;
- la "movimentazione" $M^I(j)$ e la consistenza del fondo cumulato $Z^I(j)$, nella ipotesi di adozione del "modello italiano";
- la "movimentazione" $M^P(j)$ e la consistenza del fondo cumulato $Z^P(j)$, nella ipotesi di adozione del "modello proposto".

Tab. 1

j	$\Pi_e(j)$	$q(j)$	$M^I(j)$	$Z^I(j)$	$M^P(j)$	$Z^P(j)$
1	9863	52,2	1184	1184	2264	2264
2	13324	52,8	1599	2783	3148	5412
3	17611	73,0	1324	4107	524	5936
4	26676	85,2	238	4345	237	6173
5	35054	103,7	0	4345	-2840	3333
6	51400	106,1	0	4345	-1534	1799
7	68525	74,4	5836	10181	1607	3406
8	82165	74,4	8583	18764	3564	6970
9	94116	72,6	10543	29307	5511	12481
10	96630	64,1	11596	40903	14608	27089
11	110459	61,3	13255	54158	19583	46672
12	122673	64,4	14721	68879	18196	64868
13	136613	71,3	16286	85165	11181	76049
14	145217	87,6	1154	86319	3042	79091
15	158640	102,4	0	86319	-17251	61840

Assunto il "saldo tecnico" (relativo) $s(j) = 1 - q(j) - c_a(j)$ ai fini della determinazione delle risultanze tecniche di ramo, nell'esercizio j ($j = 1, 2, \dots$), indichiamo con $s^0(j) = s(j) - m(j)$ il corrispondente saldo modificato dalla "riserva di compensazione". Fissato un periodo di osservazione di 10 esercizi, a partire dall'anno 1987 ($j = 10$) poniamo a confronto gli scarti quadratici medi (corretti) di $s(\cdot)$ e $s^0(\cdot)$, stimati in base alla descritta media mobile, ottenendo, mediante il rapporto:

$${}^{10}\epsilon(j) = \frac{{}^{10}\sigma[s(j)] - {}^{10}\sigma[s^0(j)]}{{}^{10}\sigma[s(j)]} \quad (25)$$

una stima dell'"efficienza" della riserva, a fine esercizio j ($j = 1, 2, \dots$), in termini di "compensazione nel tempo" delle fluttuazioni delle risultanze tecniche di ramo.

Indichiamo con ${}^{10}\epsilon^I(\cdot)$ e ${}^{10}\epsilon^P(\cdot)$ le stime ottenute, dalla (25), nell'ipotesi di adozione, rispettivamente, del "modello italiano" e del "modello proposto": esse sono riportate in Tab. 2.

Tab. 2

j	$^{10}\sigma[s(j)]$	$^{10}\sigma[s^{0I}(j)]$	$^{10}\epsilon^I(j)$	$^{10}\sigma[s^{0P}(j)]$	$^{10}\epsilon^P(j)$
10	18,8	13,9	0,261	9,3	0,505
11	17,8	12,8	0,281	9,2	0,483
12	14,8	11,5	0,223	9,1	0,385
13	16,6	11,5	0,307	9,1	0,452
14	16,6	11,5	0,307	8,8	0,470
15	15,7	10,6	0,325	8,2	0,478

I risultati ottenuti evidenziano come la regola di "movimentazione" del fondo cumulato prevista nel "modello italiano" non garantisca, nella esemplificazione in esame, un adeguato soddisfacimento delle esigenze dell'impresa: la riduzione della variabilità del "saldo tecnico", dopo 15 anni dall'introduzione della riserva, è di poco superiore al 30%. Significativi sono gli effetti positivi derivanti dall'introduzione dei "correttivi" proposti nel paragrafo 6: la corrispondente riduzione della variabilità del "saldo tecnico" è, infatti, di poco inferiore al 50%, con un miglioramento pari al 45,6% rispetto al "modello italiano".

BIBLIOGRAFIA

- [1] BEARD R. E., PENTIKÄINEN T., PESONEN E., *Risk theory: the stochastic basis of insurance*, Chapman and Hall, London, 1984.
- [2] CUMMINS J.D., DERRIG R. A. [ed.], *Classical insurance solvency theory*, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London, 1988.
- [3] DABONI L., "La riserva di equilibrio per l'impresa di assicurazioni", *Atti del IV Congresso Nazionale degli Attuari*, Roma, 1986.
- [4] DAYKIN C. D., HEY G. B., "Simulation as a management tool in a general insurer", *Transactions of the 24rd International Congress of Actuaries*, Montreal, 1992.
- [5] GRASSO F., "Variabilità della 'base tecnica' e 'riserva di equilibrio' nei rami assicurativi danni", *Atti della Giornata di Studio su: 'Il rischio nelle attività delle imprese finanziarie ed assicurative'*, Campobasso, 1993.

- [6] HALMSTAD D.G., "Most efficient fluctuations reserves", *Astin Bulletin*, 8, 1974.
- [7] HOVINEN E., "Procedures and basic statistics to be used in magnitude control of equalisation reserves in Finland", *Astin Bulletin*, 5, 1969.
- [8] KARTEN W., "The new 'Schwankungsrückstellung' in annual statements of German insurers: an application of the theory of risks?", *The Geneva Papers on Risk and Insurance*, 17, 1980.
- [9] KASTELIJN W. M., REMMERSWAAL J.C.M., "Solvency", *Surveys of Actuarial Studies*, 3, Nationale Nederlanden N.V., Rotterdam, 1986.
- [10] NIES H., "Zur Neuordnung der Rückstellung zum Ausgleich des schwankenden Jahresbedarfs", *Versicherungswirtschaft*, 1979.
- [11] PENTIKÄINEN T., RANTALA J. [ed.], *Solvency of insurers and equalization reserves*, Insurance Publishing Company Ltd., Helsinki, 1982.
- [12] PENTIKÄINEN T., RANTALA J., "Run-off as a part of claims fluctuation", *Astin Bulletin*, 16, 1986.
- [13] PENTIKÄINEN T., BONSDORFF H., PESONEN M., RANTALA J., RUOHONEN M., *Insurance solvency and financial strength*, Finnish Insurance Training and Publishing Company, Helsinki, 1989.
- [14] PENTIKÄINEN T., BONSDORFF H., PESONEN M., RANTALA J., RUOHONEN M., "Capital needs of an insurer", *Transactions of the 24rd International Congress of Actuaries*, Montreal, 1992.
- [15] PÖRN K., "A study in risk theory and its application to the computation of fluctuation reserve used in Finland", *Scandinavian Actuarial Journal*, 1968.
- [16] RAMLAU-HANSEN H., "A solvency study in non-life insurance", *Scandinavian Actuarial Journal*, 1988.
- [17] ROHOLTE C., "A fluctuation reserve system in non-life insurance", *Transactions of the 23rd International Congress of Actuaries*, Helsinki, 1988.
- [18] de WIT G. W., KASTELIJN W.M., "The solvency margin in non-life insurance companies", *Astin Bulletin*, 11, 1980.